

SOAL LATIHAN PEMBINAAN JARAK JAUH IPhO 2017

PEKAN VII

1. (IPhO 1995) Sebuah foton dengan frekuensi f dapat dianggap memiliki massa inersial efektif m yang ditentukan oleh energinya. Asumsikan bahwa massa gravitasinya sama dengan massa inersialnya. Maka, sebuah foton yang dipancarkan dari permukaan suatu bintang akan kehilangan energi ketika ia lepas dari medan gravitasi bintang. Tunjukkan bahwa pergeseran frekuensi Δf foton tersebut ketika lepas dari permukaan sebuah bintang ke titik tak hingga diberikan oleh

$$\frac{\Delta f}{f} \approx -\frac{GM}{Rc^2}$$

untuk $\Delta f \ll f$ dimana G = tetapan gravitasi, M = massa bintang, R = jari-jari bintang dan c = kecepatan cahaya. Maka pergeseran-merah dari suatu garis spektrum yang sudah diketahui yang diukur dari bintang tersebut untuk suatu jarak yang jauh (*long way*) dapat digunakan untuk mengukur perbandingan M/R . Dengan mengetahui R maka massa bintang akan dapat diketahui.

Sebuah pesawat tanpa awak diluncurkan dalam suatu eksperimen untuk mengukur massa M dan jari-jari R dari suatu bintang dalam galaksi kita. Foton dilepaskan dari ion He^+ pada permukaan bintang tersebut. Maka foton tersebut dapat diamati melalui serapan resonan (*resonant absorption*) oleh ion He^+ yang terdapat di dalam ruang uji (*chamber test*) di dalam pesawat tersebut. Serapan resonan terjadi hanya jika ion He^+ diberikan kecepatan menuju bintang yang tepat sama untuk terjadinya pergeseran-merah. Ketika pesawat tersebut mendekati bintang secara radial, kecepatan ion He^+ dalam ruang uji relatif terhadap bintang ($v = \beta c$) saat terjadinya serapan resonan diukur sebagai fungsi jarak d dari permukaan (terdekat) bintang. Data eksperimen disajikan pada tabel berikut. Gunakan data tersebut dengan grafik untuk menentukan massa bintang M dan jari-jari R . Tidak perlu memperkirakan ketidakpastian (*uncertainties*) dalam jawaban anda.

Velocity parameter	$\beta = v/c$ ($\times 10^{-5}$)	3.352	3.279	3.195	3.077	2.955
Distance from surface of star	d ($\times 10^8$ m)	38.90	19.98	13.32	8.99	6.67

2. Laju peluruhan suatu unsur radioaktif sebanding dengan jumlah unsur tersebut yang tersisa. Suatu unsur radioaktif Radium meluruh dengan tetapan peluruhan λ_A menjadi unsur radioaktif Radon. Unsur Radon juga meluruh menjadi unsur Polonium dengan tetapan peluruhan λ_B dengan $\lambda_B < \lambda_A$. Jika saat $t = 0$, banyaknya unsur Radium dan Radon masing-masing adalah N_{A0} dan N_{B0} , tentukan banyaknya unsur Radium, Radon dan Polonium saat waktu t , serta waktu ketika banyaknya unsur Radon berjumlah maksimum.

3. Asas Fermat menyatakan bahwa cahaya dalam ruang akan bergerak dalam ruang sedemikian rupa sehingga waktu tempuh cahaya dari posisi awal ke posisi akhir *sesingkat mungkin*. Ditinjau cahaya yang bergerak dari titik $A(x_1, y_1)$ kemudian dipantulkan oleh bidang yang terletak pada sumbu y sehingga menuju titik $B(x_2, y_2)$. Dengan asas Fermat di atas, tunjukkan bahwa akan diperoleh hukum pemantulan yang menyatakan bahwa sudut datang sama dengan sudut pantul.

Berikutnya ditinjau dua medium masing-masing medium I yang terletak di daerah y positif dengan indeks bias n_1 dan medium II yang terletak di daerah y negatif dengan indeks bias n_2 . Cahaya bergerak dari titik $A(x_1, y_1)$ yang terletak di medium I menuju titik $C(x_3, y_3)$ di medium II. Dengan asas Fermat di atas, tunjukkan bahwa akan diperoleh hukum pembiasan Snell.

4. Dua buah partikel bergerak sepanjang sumbu x di kerangka acuan K masing-masing dengan kecepatan \vec{v}_1 dan \vec{v}_2 dengan $v_1 > v_2$. Agar ditinjau dari K' , kedua partikel tersebut mempunyai kecepatan yang berlawanan, tunjukkan bahwa kecepatan gerak kerangka K' ke arah sumbu x terhadap K besarnya adalah

$$V = \frac{c^2 + v_1 v_2 - \sqrt{(c^2 - v_1^2)(c^2 - v_2^2)}}{v_1 + v_2}.$$

Tentukan nilai V secara eksplisit jika $v_1 = 0,8c$ dan $v_2 = 0,6c$ serta nilai kedua kecepatan di kerangka K' .

5. Uraikan secara eksplisit formulasi gaya

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(\gamma m \vec{v}) = \frac{d}{dt} \left(\frac{m \vec{v}}{(1 - v^2 / c^2)^{1/2}} \right),$$

kemudian tinjaulah dua kasus berikut.

(a) Sebuah partikel bermassa m dan bermuatan positif q berada dalam medan listrik \mathbf{E} yang seragam ke arah sumbu x . Tunjukkan bahwa percepatan muatan tersebut adalah

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{qE}{m} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{3/2}.$$

Jika saat awal, partikel dalam keadaan diam, tentukan kecepatan $v(t)$, kemudian carilah limit $t \rightarrow \infty$, serta limit nonrelativistik. Demikian juga tentukan posisi $x(t)$, kemudian carilah limit $t \rightarrow \infty$, serta limit nonrelativistik.

- (b) Sebuah partikel bermassa m dan bermuatan positif q yang bergerak dengan kecepatan \mathbf{v} berada dalam medan magnet seragam sehingga mengalami gaya magnet sebesar $q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$. Tunjukkan bahwa frekuensi gerak orbital partikel tersebut adalah

$$f = \frac{qB}{2\pi m} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{1/2}.$$

6. Sebuah partikel kaon netral K^0 dengan massa m_K yang bergerak dengan tenaga kinetik T meluruh menjadi dua partikel π meson dengan massa masing-masing m_π . Kedua partikel tersebut bergerak dengan sudut yang sama terhadap arah partikel K^0 . Tunjukkan bahwa sudut antara kedua partikel π meson tersebut adalah

$$\theta = 2 \cos^{-1} \left[\sqrt{\frac{T^2 - (m_K c^2)^2}{T^2 - (m_\pi c^2)^2}} \right]$$

7. Dengan menggunakan identitas berikut ini (silakan juga buktikan)

$$\tanh(u_1 + u_2) = \frac{\tanh u_1 + \tanh u_2}{1 + \tanh u_1 \cdot \tanh u_2}$$

dimana

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}, \quad \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

maka ditinjau kasus penjumlahan kecepatan satu dimensi berikut ini. Kerangka acuan 1 bergerak terhadap stasiun dengan kecepatan $\beta_1 = v_1/c$, kemudian kerangka 2 bergerak terhadap kerangka 1 dengan kecepatan $\beta_2 = v_2/c$, kerangka 3 bergerak terhadap kerangka 2 dengan kecepatan $\beta_3 = v_3/c$, dan seterusnya hingga kerangka N bergerak terhadap kerangka N - 1 dengan kecepatan $\beta_N = v_N/c$. Tentukan kecepatan kerangka N terhadap stasiun.

Selamat bekerja