SOAL TES PEKAN III

PEMBINAAN JARAK JAUH IPhO 2017

Hari, tanggal : Sabtu, 7 Januari 2017

Waktu : Lima Jam

Materi : Osilasi dan Gelombang Mekanik

Sifat Ujian : Buku tertutup

Dosen penguji : Dr. Eng. Rinto Anugraha NQZ (Fisika UGM)

1. **Kristal banyak atom**

Suatu kristal banyak atom satu dimensi dengan massa m yang sama memiliki sebuah atom isotop dengan massa M yang terletak di nomor n = 0. Lihat gambar. Kopling antar atom yang berdekatan dapat diasumsikan seperti sebuah pegas dengan tetapan $\kappa > 0$. Asumsikan bahwa mode getaran horisontal x_n untuk atom ke n dirumuskan sebagai

$$x_n = Ae^{-k|n|}e^{-i\omega t}$$

dengan A suatu amplitude konstan, $|n|$ adalah harga mutlak n dimana $|n| = n$ untuk $n > 0$, serta $|n| = -n$ untuk $n < 0$.

a. Tentukan persamaan gerak untuk m dan M.

b. Tentukan nilai k dan ω dinyatakan dalam m, M dan κ.

c. Tentukan nilai k dan ω serta kestabilan sistem untuk tiga kasus:
(i) $M > 2m$, (ii) $m < M < 2m$ dan (iii) $M < m$.

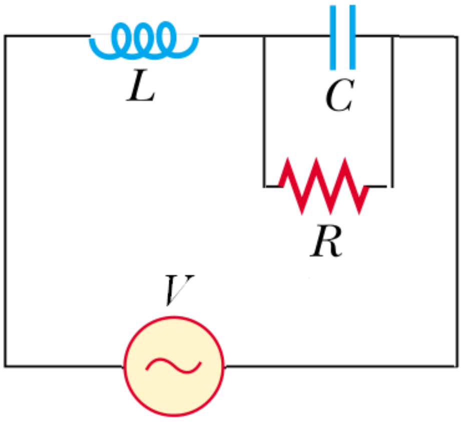
2. **Rangkaian seri-paralel RLC**

Pada rangkaian RLC di bawah ini, sumber tegangan bolak-balik bekerja pada frekuensi sudut $\omega = (LC)^{-1/2}$.

a. Tentukan impedansi total $Z = Z_1 + iZ_2$ dimana Z_1 dan Z_2 keduanya bilangan real.

b. Tentukan arus yang mengalir melalui hambatan R.

c. Tentukan pula beda fase arus yang melalui C dengan sumber tegangan.



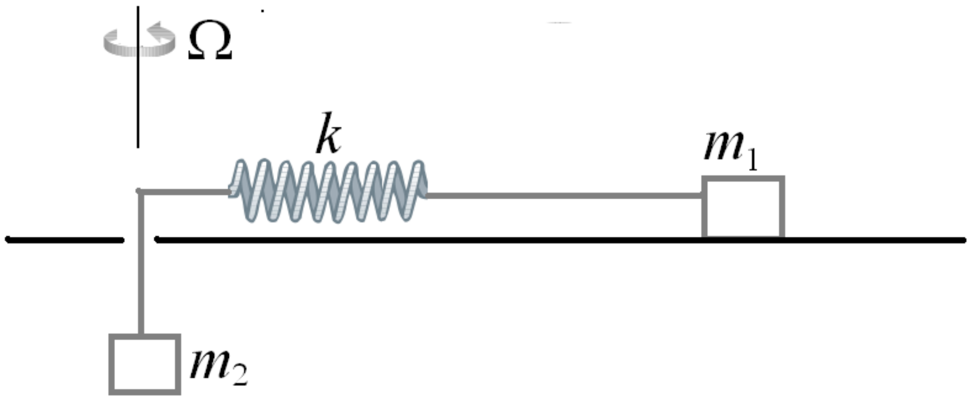
3. <u>Sistem massa-pegas</u>

Pada gambar di bawah ini, massa m_1 bergerak pada bidang horisontal tanpa gesekan. Massa m_2 bergerak vertikal di bawah pengaruh gaya gravitasi dan gaya pegas. Tali yang menghubungkan pegas dengan m_1 serta pegas dengan m_2 adalah tali yang rigid dan tak bermassa. Massa m_1 dan pegas bertetapan k berputar pada bidang horisontal dengan kecepatan sudut tetap Ω. Percepatan gravitasi g ke bawah.

a. Tentukan persamaan gerak sistem.

b. Tentukan persamaan untuk keadaan kesetimbangan.

c. Jika pada keadaan kesetimbangan diberikan gangguan kecil pada kedua massa, tentukan kecepatan sudut osilasi gangguan kecil tersebut.



4. <u>Tali yang tidak homogen</u>

Seutas tali dengan panjang L digantung vertikal. Tali tersebut memiliki rapat massa per satuan panjang ρ_1 di ujung atas dan $\rho_2 (> \rho_1)$ di ujung bawah. Rapat massa tali tersebut bervariasi secara linear terhadap jarak dari ujung atas tali. Di ujung bawah tali digantung massa sebesar M.

a. Tentukan ungkapan waktu yang dibutuhkan oleh gelombang transversal pada tali tersebut untuk merambat dari satu ujung ke ujung tali tersebut.

b. Jika tali tersebut bersifat homogen ($\rho_2 = \rho_1 = \rho$) dengan massa tali *m*, tentukan waktunya secara eksplisit dinyatakan dalam *g*, *m*, *M* dan *L*.

c. Dari kondisi (b) di atas selanjutnya, ambil kasus khusus untuk (i) $M > 0$, (ii) $m << M$.

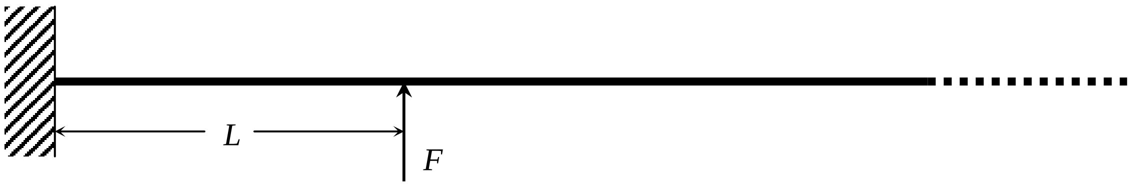
5. <u>Gaya dan impedansi pada tali semi tak hingga</u>

Sebuah tali panjang semi tak hingga diberikan sebuah gaya $F(t) = F_0 e^{i\omega t}$ di titik yang berjarak *L* dari ujung kiri yang tetap.

a. Tuliskan syarat-syarat batas untuk keadaan di atas.

b. Tentukan solusi untuk gelombang transversal di sebelah kiri dan sebelah kanan gaya tersebut

c. Tentukan impedansi mekanik *Z* akibat gaya tersebut. Berikan makna fisis impedansi tersebut.



6. <u>Gelombang permukaan air</u>

Disini, kita akan menurunkan persamaan gelombang permukaan (*surface gravity wave*) pada air. Gelombang permukaan air bergerak di sekitar $y = 0$ dengan *y* adalah kedalaman air. Solusi gelombang ini yang berbentuk $\phi(x, y, t) = F(x - ct)Y(y)$ memenuhi persamaan Laplace

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 .$$

Syarat yang harus diterapkan untuk menentukan solusi gelombang tersebut secara eksplisit adalah

(1) Gradien solusi gelombang tersebut di dasar air ($y = -h$) harus sama dengan nol yang dituliskan $\left.\frac{\partial \phi}{\partial y}\right|_{y=-h} = 0$.

(2) Linearisasi persamaan Bernoulli yaitu $\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta = 0$ di permukaan air $y = 0$.

(3) Linearisasi kondisi kinematik yaitu $\dfrac{\partial\phi}{\partial y}+\dfrac{\partial\eta}{\partial t}=0$ di permukaan air y = 0.

a. Tunjukkan bahwa $F = A\cos[k(x-ct)]+B\sin[k(x-ct)]$ dan $Y = Ce^{ky}+De^{-ky}$ memenuhi persamaan Laplace. Disini, k adalah bilangan gelombang = $2\pi/\lambda$.

b. Gunakan syarat (1) untuk menentukan bentuk $Y(y)$ yang lebih spesifik.

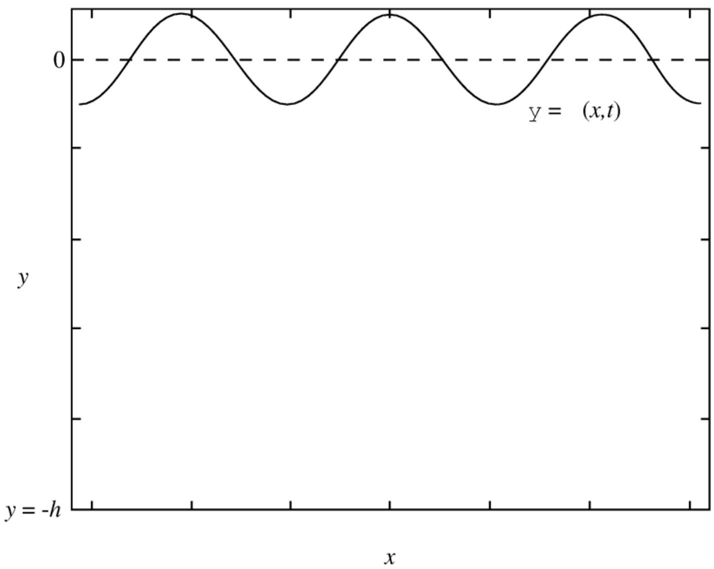
c. Lakukan substitusi pada syarat (2) dan (3) di atas untuk menghasilkan persamaan di permukaan air y = 0 yang tidak lagi mengandung η.

d. Masukkan solusi $\phi(x,y,t)$ ke dalam persamaan (c) di atas untuk nilai y = 0. Selanjutnya, tunjukkan bahwa dengan berlaku untuk seluruh nilai $x - ct$, maka diperoleh persamaan untuk kecepatan fase gelombang $c^2=\alpha k^{\beta}\tanh(kh)$. Tentukan nilai α dan β secara eksplisit.

e. Untuk permukaan air yang dangkal (*shallow water wave*) dengan $h \ll \lambda$, tentukan nilai c. Secara khusus, gelombang tsunami (*tsunami wave*) termasuk ke dalam jenis gelombang ini. Jika kedalaman laut sekitar 6 km dan g = 10 m/s^2, tentukan orde kecepatan penjalaran gelombang tsunami dalam satuan km/jam.

f. Tuliskan relasi dispersi untuk kasus gelombang air yang dangkal ini, kemudian jelaskan apakah gelombang permukaan air yang dangkal termasuk dispersive atau non-dispersive.

g. Kasus yang sama seperti pada soal (f) juga diberlakukan untuk permukaan air yang dalam (*deep water wave*) dengan $h \gg \lambda$.



Selamat bekerja